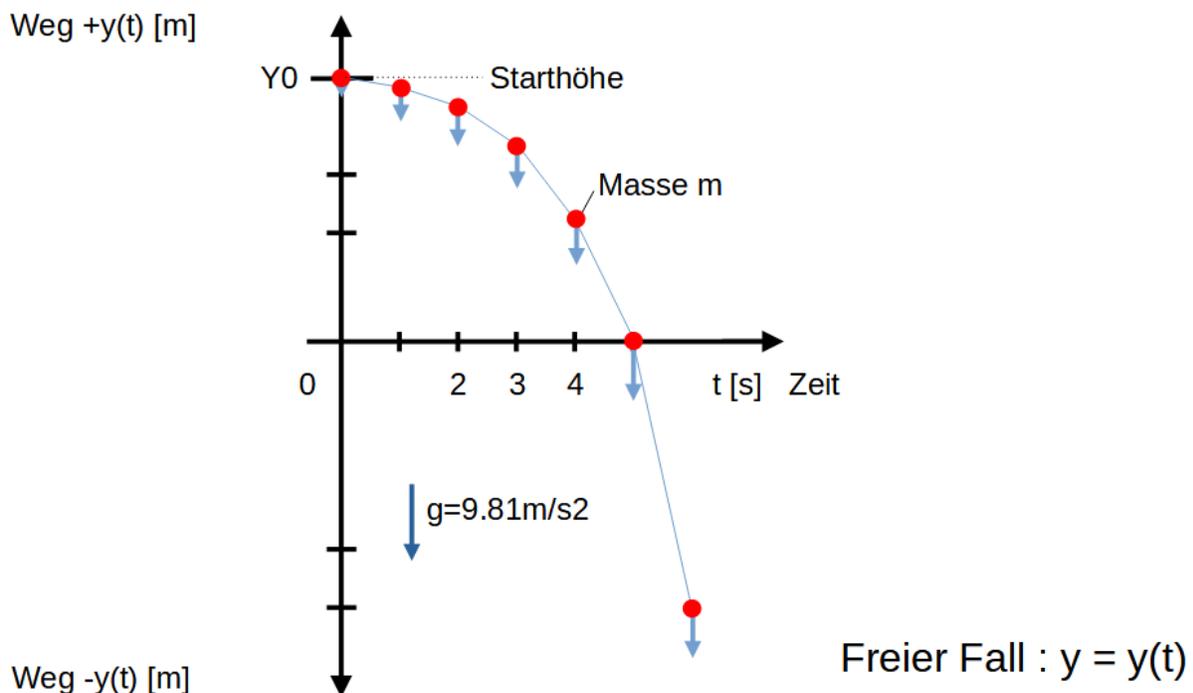


Fallgesetze - Freier Fall 1/4

Übersicht



- Masse m fällt im Schwerfeld der Erde mit der Erdbeschleunigung g in negativer y -Richtung
- Bewegung in nur einer Dimension $y = y(t)$:
- Masse m und Erdbeschleunigung g werden als konstant angenommen
- Frei wählbarer Anfangsort y_0 (Fallhöhe)
- Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0 \frac{m}{s}$ da freier Fall

Weg-Zeit-Funktion des Freien Falls:

$$y(t) = -\frac{gt^2}{2} + y_0 \quad (5)$$

Der Weg wächst bei konstanter Beschleunigung quadratisch mit der Zeit.

Geschwindigkeit-Zeit--Funktion des Freien Falls:

$$v(t) = -gt \quad (4)$$

Die Geschwindigkeit wächst bei konstanter Beschleunigung linear mit der Zeit.

Fallhöhe y_h :

$$y_h = y_0 \quad (6)$$

Fallzeit t_f :

$$t_f = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} \quad (7)$$

Aufprallgeschwindigkeit v_p :

$$v_p = \sqrt{2gy_0} \quad (8)$$

Herleitung

Newton: $F = -mg$ (1)

gesucht: Umwandlung von Beschleunigung in Weg und Geschwindigkeit

Erste Integration nach der Zeit ergibt die Geschwindigkeit $v(t)$:

$$v(t) = - \int_t g dt \quad (2)$$

Zweite Integration nach der Zeit ergibt den Ort $y(t)$:

$$y(t) = \int_t v(t) dt \quad (3)$$

Damit folgt:

$$(2) : v(t) = - \int_t g dt$$

(Geschwindigkeit zeigt in negative Y-Richtung)

$$v(t) = -gt + v_0$$

Freier Fall: Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0 \frac{m}{s}$

$$v(t) = -gt \quad (4)$$

$$(3) : y(t) = \int_t v(t) dt$$

$$y(t) = \int_t [-gt + v_0] dt$$

$$y(t) = -\frac{gt^2}{2} + v_0 t + y_0$$

$$v_0 = 0 \frac{m}{s}$$

$$y(t) = -\frac{gt^2}{2} + y_0 \quad (5)$$

Weitere Berechnungen

Fallhöhe

Bedingung: (5) mit $t = 0$:

$$y_h(t = 0) = -\frac{gt^2}{2} + v_0t + y_0$$

$$\boxed{y_h = y_0} \quad (6)$$

Fallzeit

Bedingung: (5) identisch Null:

$$y(t_f) = 0 = -\frac{gt_f^2}{2} + y_0$$

$$0 = -gt_f^2 + 2y_0$$

$$t_f^2 = \frac{2y_0}{g}$$

$$\boxed{t_f = \sqrt{\frac{2y_0}{g}}} \quad (7)$$

Aufprallgeschwindigkeit

Bedingung aus (4): $v_p(t_f) := | -gt_f |$

$$v_p = g\sqrt{\frac{2y_0}{g}}$$

$$\boxed{v_p = \sqrt{2gy_0}} \quad (8)$$